

ARGUMENT III

ARGUMENT III

CLE DE LA PASSE

ASPECT MODALE DE LA LOGIQUE CLASSIQUE DE LA COORDINATION

LE MODE MOYEN CONSTATIF OU APOPHANTIQUE DES TROIS REGISTRES D'ECRITURE DE LA VERITE

De J. Lacan à J. Hintikka

La vérité dans (S_2, T_2) dont nous traitons dans "L'amour du tout aujourd'hui" dans le second argument de Clef pour la passe (Argument II, p 57) nous laisse quelques regret, surtout lorsque nous reprenons de cette question de la vérité intrinsèque à (S_{3-1}, T_{3-1}) dans notre topologie du sujet (S_3, T_3) extrinsèque pour une série de démonstrations suivant en cela l'impératif de Tarski qui impose la notion de système isolé dits sémantiquement clos, afin de se garder de l'inconsistance.

Ces démonstrations sont assez difficiles à suivre dans leur conséquences, De toutes les façons elles aboutissent à un effacement.

Nous revenons maintenant la dessus dans l'argument suivant.

PREMIERE PARTIE

PREMIERE PARTIE
CLASSIQUES DE L'ALIENATION

0

LA VERIFONCTIONNALITE

Nous venons de voir que nous disposons avec la vérifonctionnalité ou l'algèbre de Boole de méthodes décisives, au sens de processus décidables capables de fournir un résultat après un nombre fini de pas, à des interrogations plus ou moins exigeantes.

Allant de la plus simple qui veut déterminer quelles sont les Lois logiques (les thèses déductibles deviennent ici les tautologies valides), à la plus délicate qui cherche à préciser le mode de lecture des formules consistantes dites aussi irréfutables. Qu'elles soient valides (tautologies) ou non valides.

Par contre, il en est fait peu de cas des formules inconsistantes (antilogies) qui sont réfutables du fait que leur négations respectives sont des tautologies. Celles-ci ne cesse d'être fausses, ceci étant irrémédiable, elles sont donc immédiatement rejetées de ce fait, sans pouvoir prétendre à notre attention.

D'où le petit tableau de la répartition en trois classes des formules S_2 de sous l'effet de la théorie T_2 ou des processus extrinsèques équivalents,

invalides		valides
inconsistantes	consistantes	
antilogies	fausses et irréfutables	tautologies

où le lecteur peut constater que cette logique n'est pas binaire, elle est seulement inscriptible *en algèbre* dans des structures relatives à des *anneaux de caractéristique deux*. C'est dire de ces structures qu'elles sont telles que pour tout éléments x la multiplication par deux se trivialisent en $2x = 0$.

I

ASPECT MODALE DE LA LOGIQUE CLASSIQUE

Il persiste, encore de nos jours, chez de nombreux auteurs, même de la part de logiciens confirmés et cela s'étend aux lecteurs assidus des traités de Logique, un doute significatif important, relatif au choix des valeurs dites de vérité. Ces valeurs donnent un *sens vérifonctionnel* aux formules de la logique dès le système d'écriture (S_2, T_2) et son modèle interprétatif (commentaire) sémantique. Nous voulons préciser ce qu'il faut entendre par ce terme de *sens vérifonctionnel* en tant que *lecture* des formules au moyen des tables et du discours. Ainsi *effet de sens* produit de la transcription, transposition, traduction du système d'écriture et *effet de signification* produit par l'exercice du discours comme lien social. Celui-ci étant différent de la raison classique à la raison freudienne où l'écrit se révèle distinct de la Parole.

De ce fait, l'hésitation se prolonge dans la lecture des expressions bien construites ou formule de S_2 et s'étend aux expressions consistantes jusqu'à la lecture des tautologies où la différence s'efface et la conviction ferme revient.

Pour autant, il ne s'agit ni de sens (traduction), ni d'interprétation (commentaire), mais de *signification* peut être, ou mieux, plus certain de *lecture*.

Il faut entendre qu'il s'agit de *lisibilité*. Cette notion devant être définie par sa raison ramenée aux *incorporels* : "*Ce par quoi le symbolique tient au corps*"¹. Aussi bien ceux des stoïciens : lecton, lieu, temps et vide que les *incorporelles* introduites par Lacan : fonction, applications, analyse.

La signification relève du discours en exercice, ce dont ni l'Histoire ni une sociologie, ni la psychologie ne sont

¹ J. Lacan *Radiophonie* (question II) p. Ecrits (volume 2), Seuil, 2001 Paris

prêtes, dans leur pauvreté allant jusqu'à la niaiserie, à relever le défi.

Un trait confirme la présence de cette suspicion persistante, il est marqué par le fait qui consiste à introduire comme couple de caractères opposés *un couple des moins signifiant possible* pour écrire les deux valeurs dites : vrai et faux, comme par exemple² l'emploi des lettres *truc* : **T**, et *antitruc* : **⊥**.

C'est ce que signale déjà la marque déposée de l'entreprise dites des *Laveries T* que nous avons choisi de promouvoir avec la chaîne de ses magasins libres-services.

Ces lettres ne sont pas plus artificielles que n'importe quelles autres lettres parmi leurs semblables, même si elles sont matériaux littéral de récupération, évoquant le mot : True, de la langue anglaise, recyclées afin de développer la vérifonctionnalité en dressant ses tables.

Précisons ainsi en aparté *la source de la croyance* en l'existence de lettres qui ne seraient pas artificielles, venant de la nature, de la divinité ou de la représentation. Elle tient à la caractéristique fondamentale qui préside au choix *des lettres* et que celles-ci partagent, entre autres, avec la création des noms propres. A l'occasion de l'invention d'un système d'écriture, cette caractérisation veut qu'elles relèvent d'autres discours plus anciens tombés en désuétude et se présentent, ainsi, en tant que *matériaux de récupération*.

Cette aliénation se continue dans la manière de lire les expressions de ce système d'écriture malgré l'amorce de débat, entre Frege et Boole, surgit au travers de plusieurs exposés et articles écrits par G. Frege³. Schröder tente de répondre pour Boole, mais la discussion ne peut que rester sans conclusion décisive.

² se reporter pour cet exemple à W. O. Quine "Méthodes de logiques" A. Colin, 1972 Paris.

³ *Que la science justifie le recours à une idéographie* (p. 63 à 69) et *Sur le but d'une idéographie* (p. 70 à 79) dans "Ecrits techniques et philosophique" Seuil, 1971 Paris. "Ecrits posthumes" édition J. Chambon, 1994 Nimes.

Ici, affleure la différence de lecture des énoncés coordonnants les propositions et ceux coordonnants les concepts, objets de ce chapitre consacré au *calcul de la coordination*. Frege adresse un reproche à G. Boole.

"Il interprète le jugement « si $x = 2$, alors $x^2 = 4$ » par: la classe des instants pour lesquels $x = 2$ est subordonnée à celle des instants pour lesquels $x^2 = 4$. De ce fait, on en revient à comparer des extensions de concept, mais ces concepts sont plus exactement des classes d'instants pendant lesquels une proposition est vraie. Cette interprétation a l'inconvénient d'introduire le temps là où il devrait demeurer hors jeu."

G. Frege Sur le but d'une idéographie p.73

Frege continue en se référant à McColl qui interprète à la différence de Boole, l'expression des *secondary propositions* sans faire appel à celle des *primary propositions*. Cette distinction entre deux types de propositions ayant été introduite par Boole et tenant lieu déjà de la différence entre le système d'écriture de la logique et sa langue de commentaire. Différence qui s'efface du fait de la structure du langage qui veut qu'il n'y ait pas de métalangage malgré sa présence nécessaire en tant que commentaire.

Les logiciens introduiront plus tard les expressions inappropriées mais largement reçues de *langage objet* et de *métalangage*. La faiblesse de ces termes est de négliger un autre fait de structure propre au langage qui ne se découpe pas *parte extra parte*⁴ malgré sa constitution faite de coupures.

Dans le langage il n'y a pas *plusieurs* langages. Parler de "*langages le mot étant décliné au pluriel*" reste une tentation inadéquate produite en suivant le patron du mot *langue*.

Dans le langage, il y a plusieurs langues et une langue est elle même au moins deux langues ou plus. Leur identité

⁴ cette propriété est caractéristique des organismes depuis Aristote comme le souligne G Canguilhem dans son article *Le concept et la vie* dans "Etudes d'histoire et de philosophie des sciences" Vrin 1970 Paris,

soulignée⁵ par Freud à l'occasion de la *libido* à l'adresse de C. Jung qui ne peut pas le comprendre autrement que comme une obnubilation de sa part pour le sexe, relève en effet de cette structure linguistique définissant : Sexe. Le langage sexualise le corps à l'instar de ce type d'identité propre à chaque élément qui relève du langage, du phonème en passant pour le mot, la phrase, le texte, le discours, jusqu'à l'ensemble du langage lui-même.

Car en effet, dans le langage il y a diverses langues parlées et parfois écrites, mais le sujet parle de sa langue qu'il considère comme unique. Cette différence reste encore insuffisamment étudiée et par la suite il y a bien des systèmes d'écriture différents d'eux-mêmes, jusqu'aux mathématiques silencieuses, écritures qui ne relèvent pas d'une langue, mais ne sont pas des langages isolables pour autant car ils ne peuvent pas s'affranchir absolument de l'exercice d'une langue.

Ainsi, cette différence n'autorise pas de parler de langages à propos de ces pratiques de langage qui sont du langage, caractérisé par ce type de répétition. Cette structure répétitive a été reconnue et établie par Freud comme la répétition au principe du désir et de la jouissance. Un côté relève du principe du plaisir et l'autre côté de son envers, les deux côtés ne formant qu'un seul et même principe dit du plaisir ou du plaisir/déplaisir.

Le point qui importe ici reste que G. Frege oppose à G. Boole, en matière de temps, un reproche injuste, lorsqu'il écrit que les expressions peuvent être lus comme désignant les *classes* des instants où la proposition est vraie. Le temps n'ayant rien à faire en Logique dans cette discipline normative qui ne s'intéresse qu'à la Vérité nécessaire, c'est à dire indépendante du temps.

Si en effet les *Lois logiques* n'ont pas à être justifiées en référence au temps, du fait qu'elles sont produites par une *coupure*, certes radicale et décisive, avec le temps : elles sont nécessaires et ainsi ne cessent de s'écrire, c'est omettre

⁵ S. Freud Conférence 26 Narcissisme et libido "Introduction à la psychanalyse". La *libido de l'objet* et la *libido du moi* sont deux par nécessité mais c'est peut-être de la même,

de la part de Frege qu'il convient de se référer au temps au préalable *afin de produire* cette *coupure* caractéristique qui fondent la Vérité à partir des vérités qui deviennent éternelles dans le cas des thèses ou des tautologies pour ce qui concerne l'objet de ce chapitre.

Ce reproche qui touche à la Vérité produite par la différence entre les énoncés propositionnels constatifs (apophantiques d'Aristote) qui ne peuvent être que *vrais* ou *faux* selon les situations qu'ils décrivent et les Lois logiques qui sont réputées vraies et nécessaires (modales), soit indépendantes de l'observation et de l'expérience empirique, caractérise le logicien Frege.

Frege n'est pas *logiciste*, comme il arrive qu'on le lui reproche, au sens de vouloir réduire les mathématiques à la Logique, il est *logicien* comme presque tout le monde⁶ du fait de la Parole comme acte et de l'ex-sistence de son lieu noté : A barré.

Si nous le lisons avec honnêteté, force est de constater que sa hauteur reste de distinguer avec raison et insistance ce que l'école enseigne du caractère *normatif* de la Logique en tant que telle : elle ne traite que de la Vérité nécessaire, malgré ses erreurs et ses dérapages,

Comme, lorsqu'il affirme ce qu'il veut construire avec son idéographie, de se référer au projet délirant de Leibnitz d'obtenir une *langue caractéristique*,

"Je veux fondre les quelques signes que j'ai introduits avec les signes mathématiques en un seul formulaire."

G. Frege *Sur le but d'une idéographie* p.73

Sa création n'est en fait qu'un composant Logique d'accompagnement, un commentaire auxiliaire, des

⁶ Nous ajoutons une simple réserve car ce n'est pas le cas de l'enfant arriéré (autisme) qui n'entre pas dans le langage par cette fonction de la Parole, il reste déçu du mal entendu de ses parents, ni du sujet adulte de la psychose (paranoïa) qui se suffit d'un Autre non barré et qui l'exige même, près à détruire l'Autre barré et l'intelligence de ceux qui lisent et ne sont pas tous. Que Lacan, avec le meunier incapable du moindre mot d'esprit, ait trouvé un *super débile* de ce genre à qui faire mine de confier son héritage familiale, alors qu'il n'en fit rien, nous fait nous rouler par terre et nous plier en huit de rire, du fait de cette interprétation à l'empan le plus large de son enseignement contenant ces bornes. L'enfariné est borné.

déductions mathématiques (ici l'arithmétique) dans la marge⁷, où se tient cette glose Logique, sans se confondre avec les mathématiques qu'elle commente.

Le tour de force qui consiste à les fondre en un même système d'écriture, bien différent de l'écriture alphabétique d'une langue parlée, ne sera accompli que grâce à Peirce après l'introduction des caractères propres à la kantification que nous lui devons, comme le kanteur universel, noté: \forall , et le kanteur existentiel, noté: \exists , associés à l'écriture du concept, noté: $P(x)$, en tant que la dite *fonction propositionnelle* selon Frege. Ce système d'écriture fera l'objet de notre chapitre V, où nous retrouverons le calcul de la coordination deux fois répété entre les concepts et les propositions, ces deux versions étant accouplées en un seul calcul dit des prédicats kantifiés au seul ordre de leurs variables, dit: du "*premier ordre*".

⁷ Nous pouvons ainsi apprécier, de la part de Frege, un autre reproche aussi injuste à l'adresse de Boole. Il consiste à contester l'aspect arithmétique de l'Algèbre de Boole, du fait des risque de cette formulation algébrique des deux composants Logiques de la déduction et mathématiques du calcul arithmétique. En matière d'arithmétique elles risquent en effet de se confondre du fait de leur proximité.

Mais à l'inverse, il est une erreur commise par les adversaires de Frege. En effet la construction de son idéographie le conduit à prendre en compte et traiter de manière admirable le statut des énoncés mathématiques. Il aura tant de difficulté à les situer en tant que fonctions qui écrivent des concepts dans leur relations aux objets, - objets dénotés qui tombent sous le concept (*Bedeutung*) distincts du sens, et objets connotés qui subsument les concepts -, comme fonction propositionnelles. Notion que nous lui devons grâce à la reconnaissance de B. Russel. Or, par contre, le *logiciste* dans cette histoire c'est Russel qu'il ne faut pas confondre avec Frege.

II

ETUDE DES DIFFERENTS REGISTRES D'ECRITURE DE LA VERITE

Reprenons et continuons à préciser l'aspect modale de la Logique classique dès le calcul de la coordination, car il ne se réduit pas aux termes de ce débat. Le lecteur peut constater qu'il y va de la fonction et de la définition de la Vérité.

Cet aspect modale a une large portée en matière de science et de raison depuis Aristote jusqu'à Kant ou Jung de nos jours, non seulement dans la psychanalyse mais aussi dans la science contemporaine telle qu'elle est conçue par les savants otages d'un pacte à dominance néo-kantienne. Cet aspect se prolonge ainsi et intéresse la psychanalyse du fait de toucher à la pratique de la lecture qui doit être prise en compte dans cette crise paranoïaque de la civilisation impérialiste occidentée, restant le seul discours qui permet un recours en cette matière.

Cette pratique discursive de la lecture fonde la psychanalyse dans l'étude des difficultés rencontrées par un corps dès qu'il est assujéti au langage. Dès le narcissisme afin pour le sujet d'articuler son corps à la dimension phallique de la Parole dans le langage. Par la suite cette difficulté est constante dans les pratiques de Parole et d'écriture, du plus intime au plus social des liens.

Revenons à notre remarque initiale concernant le choix des lettres afin de traiter cette difficulté à la lettre selon des moyens et des procédés littéraires bien définis.

Nous avons introduit des lettres majuscules et des lettres minuscules dans la définition du système d'écriture de la coordination des concepts qui se retrouve, le même, coordonnant des propositions entre elles et dans nos exercices d'écriture et de lecture en logique.

Il y a déjà dans ce qui précède deux couples de lettres différentes relevant de deux types distincts, Il s'agit,
 - des lettres Majuscules, abréviations *intrinsèques*,

"I barré": $\mathbf{I} = (\mathbf{p} \vee \neg \mathbf{p})$, "O barré": $\mathbf{O} = (\mathbf{p} \wedge \neg \mathbf{p})$.

- des lettres minuscule, lettres *extrinsèques* du fait de leur présentation, $\mathbf{1}$ et $\mathbf{0}$, introduites dans la langue de commentaire pour définir la vérifonctionnalité.

Il est question ici avec ces deux registres de calcul du mode *Majeur* de la Vérité Logique qui s'écrit dans le commentaire avec des majuscules en place des termes notés: P. et du mode *mineur* de la Vérité Logique qui s'écrit dans le système d'écriture objet avec des minuscule en place des termes notés: p.

Cette discussion nous amènera à isoler un mode *moyen* de la Vérité logique, avec une différence parmi les tautologies identifiables aux thèses dont la valeur globale relève d'une lecture aux cas par cas moyennant un effacement de cette différence, du fait d'une coupure, dans le résultat tautologique.

Pour renforcer la différence entre le système d'écriture, l'objet de l'étude, et le commentaire, l'étude elle même de cet objet, nous discutons maintenant de la lecture de deux thèses classiques du calcul de la coordination et de l'appréciation des conséquences de ces formules.

Ces deux thèses sont bien connues des classiques, en tant que Lois logiques,

- l'une est dite *Verum sequitur ad quodlibet* s'écrit

$$[\mathbf{p} \Rightarrow (\mathbf{q} \Rightarrow \mathbf{p})]$$

qui écrit "Le vrai suit de n'importe quoi.",

- l'autre dite *Ex falso sequitur quodlibet* s'écrit

$$[\neg \mathbf{p} \Rightarrow (\mathbf{p} \Rightarrow \mathbf{q})]$$

qui écrit "Du faux suit n'importe quoi."

Et leur première conséquence qui se formule par la thèse

$$[(\mathbf{q} \Rightarrow \mathbf{p}) \vee (\mathbf{p} \Rightarrow \mathbf{q})].$$

Ceux sont ces lectures par transcriptions, transposition, traduction, et même translittération⁸ que nous voulons interroger au cours de la discussion, elles constitue la doctrine initiale de Freud dès l'étude des aphasies.

Nous ne sommes pas les seuls à relever cette difficulté et cette différence. Elles sont présente à l'orée de l'investigation des logiques modales promues par Lewis.

Suivons, pour cela, le fragment d'un ouvrage de logique⁹ afin de le montrer dans le contexte du discours des logiciens et proposer, à cette occasion, trois petits exercices de lecture des énoncés, objets de la doctrine Logique.

Premier exercice de lecture, comment lire p et comment lire $\neg p$

«Dans un quelconque système standard [comme notre syntaxe S_2 accompagnée de sa théorie T_2], nous trouvons les thèses :

- (1) $[p \Rightarrow (q \Rightarrow p)]$
- (2) $[\neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)]$

Le sens de (1) est souvent formulé en disant que si une proposition est vrai, une quelconque proposition l'implique; celui de (2) en disant que si une proposition est fausse, elle implique n'importe quelle proposition.

Ensemble, elles sont souvent appelées le paradoxe de l'implication (matérielle).»

Cette exemple nous intéresse d'abord ici pour le fait qui s'y trouve attesté, que la lettre « p » dans ce contexte est lu par le logicien «*p est une proposition vraie*» et le composé « $\neg p$ » dans ce contexte s'entend pour certains logiciens comme «*p est une proposition fausse*».

⁸ La *translittération* est une trouvaille d'une certaine psychanalyse que nous sommes des premiers à avoir saluée, tant elle nous rapproche de l'effectivité (*Wirklichkeit*), mais que nous dirons pour faire gros: *la psychanalyse à la louche*, qui ne s'embarrasse pas de subtilités ni de détails, mais dont le mérite reste l'impertinence à l'égard des autorités autoproclamées qui prétendent représenter la psychanalyse, issues des alentours familiaux de Freud comme de Lacan. La famille reste un sinthome dans le symptôme psychanalytique.

⁹ G. E. Hughes et M. J. Cresswell. "An introduction to modal Logic". Methuen. Londres et New York. 1968.

Il s'agit d'une identification sommaire, isolable dans le registre de la lecture de la lettre. Précisons ce qui étaye cette lecture.

Lire ainsi les deux énoncés

$$(1) \quad [p \Rightarrow (q \Rightarrow p)]$$

$$(2) \quad [\neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)]$$

relevant du mode *mineur* de l'écriture de la vérité par des petites lettres de (S_2, T_2) , ces formules sont incontestables comme Lois logiques (thèses ou tautologies), mais leur lecture relève d'une transcription inavouée dans le commentaire.

Ici, elles sont lues comme identifiables aux deux phrases de la langue du commentaire et de sa mathématique partielle.

$$[1] \quad \text{"Si } \vdash P \text{ alors } \vdash (Q \Rightarrow P)\text{"}$$

$$[2] \quad \text{"Si } \vdash \neg P \text{ alors } \vdash (P \Rightarrow Q)\text{"}$$

relevant du mode majeur de l'écriture de la vérité pour des grandes lettres.

Il s'agit d'un changement de registre subreptice qui mérite d'être souligné et commenté.

Tournons nous, avec nos auteurs dans la suite de leur propos, vers Lewis en matière de modalité, pour reprendre les choses à la hauteur de *l'implication matérielle*, qui ne présente aucun paradoxe si ce n'est de définir une structure dont la réalisation écrite échappe à l'opinion des spécialistes eux mêmes, faute de distinguer entre Parole et écriture et de tenir compte de leurs interactions mutuelles comme cela est banal chez des lettrés occidentés.

Second exercice de lecture afin de distinguer entre les différentes disjonctions

La citation précédente continue ainsi

«En effet, comme pour une quelconque proposition p , soit l'antécédent de (1), soit l'antécédent de (2) doit être vrai du fait que $(p \vee \neg p)$ est une thèse, il est aisé de déduire de (1) et (2) la thèse suivante :

$$(3) \quad [(q \Rightarrow p) \vee (p \Rightarrow q)]$$

C'est-à-dire que pour une paire quelconque de propositions, soit la première implique la seconde, soit la seconde implique la première.»

Cette conséquence *ressemble* à l'énoncé de l'existence d'une propriété dite: "*d'ordre total*" entre les éléments coordonnés par le calcul, si nous transposons l'énoncé dans le commentaire comme dans l'exercice précédent pour donner

"Soit $\vdash [q \Rightarrow p]$, soit $\vdash [p \Rightarrow q]$ "

Or ceci est faux dans le calcul de la coordination, ni l'une ni l'autre des ces deux expressions ne sont des thèses et ne peuvent et ne doivent pas être lues ainsi.

Et de surcroît, cette lecture créerait la confusion, car dans l'Algèbre de Boole produit par ce système d'écriture, il n'y a pas un ordre dit: *total* ou une *chaîne* de dimension un, entre les expressions écrites, mais une structure d'ordre de dimensions multiples, dite: "*Treillis de Boole*". isomorphe aux structures de Boole, dès la structure algébrique dite: "*anneau de Boole*" sur laquelle se construit la structure d'algèbre *linéaire* dite: *Algèbre de Boole*.

Ici *linéaire* caractérise avec précision la différence entre écriture et représentation du fait de désigner cette algèbre qui écrit sur une seule ligne, en tant que *combinaison linéaire*, l'espace supposé de plusieurs dimensions.

Mais ceci Hughes et Cresswell ne le méconnaissent pas et ne franchissent pas ce pas en question comme ils le soulignent dans un troisième fragment, qui commence à éclaircir notre discussion.

Troisième exercice critique du dit paradoxe de l'implication matérielle.

La discussion tourne alors autour du sens que l'on accorde au mot «*implique*».

D'abord dans le cas de *l'implication matérielle* qui s'écrit dans le système qui fait l'objet de notre étude, il est question d'un *sens vérifonctionnel*. C'est ce sens qui nous intéresse ici.

Puis dans un autre sens qui retient l'attention des logiciens depuis lors en termes de *logique modale*, ici introduit à l'occasion du mode *nécessaire*. Il s'agit dans notre commentaire des thèses ou des tautologies marquées par le caractère d'assertion.

Voyons l'argumentation de nos auteurs.

«Lewis ne souhaite pas rejeter ces thèses. Au contraire, argumente-t-il (et sûrement de manière correcte) que (1) et (2), quand elles sont proprement comprises ne sont ni des mystères, ni de grandes découvertes, ni de grosses absurdités, mais au mieux reflètent le sens vérifonctionnel dans lequel est employé le mot “implique” .»

Nous allons assister à une involution surprenante du discours, après avoir évoqué la possibilité que *les thèses* du Calcul de la coordination *soient proprement comprises* et qu'elles soient *le reflet* d'un supposé *sens vérifonctionnel*, celui-ci semblant résolu nous allons découvrir qu'il ne peut l'être que "*par le bout contraire, vu l'inversion générale de ce que l'on appelle de la pensée*".

Ce diagnostic se confirme ici car en prennent à l'envers les difficultés liées à la lecture, comme si ces notions intrinsèques étés évidentes, les logiciens introduisent depuis l'antiquité jusqu'à aujourd'hui, - Quine ou Gardies ne disent pas autre chose avec *la conséquence valide* -, l'aspect modale de la nécessité.

Certes elle n'est pas difficile à situer de manière extrinsèque, surtout depuis Tarski, pour résoudre *le paradoxe de l'implication* en expliquant que c'est une erreur.

Mais le supposé paradoxe revient toujours à la même place. Nous demandons pourquoi?

Au lieu de préciser ce qu'ils entendent par ce *sens vérifonctionnel*, nos auteurs cités continuent en effet par la remarque par laquelle ils s'engouffrent à la suite de Lewis dans une considération modale extrinsèque (notre registre majeur de l'écriture de la vérité) que Lewis (1950) réussira certes à intégrer au registre intrinsèque d'un nouveau calcul, ouvrant ainsi le chemin qui donnera lieu aux multiples systèmes d'écriture de la désormais *Logique modale*.

Reconnaissons à la décharge de nos auteurs cités que ce fragment est rédigé pour introduire aux Logiques modales qui constituent leur propos. Ainsi,

«Mais il (Lewis) maintient aussi qu'il est un autre sens, plus fort du mot “implique”, un sens dans lequel nous disons que p implique q et nous entendons que q dérive de p... »

qui vaut définition, du fait de la différence entre les deux expressions

$(p \Rightarrow q)$ qui écrit "p implique q."

au sens de *l'implication matérielle* dont nous pouvons dresser la table de vérité mais où les difficultés commencent, et

$\vdash [P \Rightarrow Q]$ qui écrit "Q dérive de P."

seconde expression que nous retrouvons aussi chez Quine qui propose de le lire pour sa part "Q est *conséquence valide* de P." afin de rendre raison du soit disant paradoxe de l'implication matériel, qui ne fait pas de difficulté, puisqu'il est ainsi montré qu'il n'a été qu'une confusion entre deux lectures.

Le tour de force de Lewis à son époque à été d'intégrer ce mode dit nécessaire (celui de la déduction ou de la validité) au système d'écriture lui même, ce qui sera l'objectif des dites *Logiques modales* après Lewis en termes de déductions syntaxiques puis plus tard avec Hintikka et Kripke en termes de modèles sémantiques.

Mais ici, poursuivant leur propos, nos auteurs commettent une curieuse faute logique dans ce registre

«... Et dans ce sens du mot implique, ce n'est pas le cas que chaque proposition vraie est impliquée par une quelconque proposition, ou que chaque proposition fausse implique n'importe quelle proposition... »

C'est que cette remarque, comme l'ensemble du débat, à une histoire que vous pouvez lire dans Lukasiewicz¹⁰ dont les détours suivent toujours le même profil.

Ils évoquent ici, avec plus de précisions, les énoncés

(1) $[p \Rightarrow (q \Rightarrow p)]$

(2) $[\neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)]$

qui peuvent se trouvés transcrits par

$\vdash [p \Rightarrow I]$ et $\vdash [\emptyset \Rightarrow p]$

car il est certains que ces expressions sont acceptables dans le composant écrit de notre commentaire, lieu de ce type de modalité.

¹⁰ Lukasiewicz

Elles sont acceptables du fait des tables qui établissent la qualité de thèses, avec rappelons le une fois de plus

"I barré": $\mathbf{I} = (\mathbf{p} \vee \neg \mathbf{p})$ et "O barré": $\mathbf{O} = (\mathbf{p} \wedge \neg \mathbf{p})$.

Puis ils ont parfaitement raison d'ajouter,

«...Dans ce sens plus fort du mot “implique”, il y a des paires de propositions dont aucune des deux implique l'autre.»

Ils évoquent cette fois l'énoncés

$$(3) \vdash [(\mathbf{p} \Rightarrow \mathbf{q}) \vee (\mathbf{q} \Rightarrow \mathbf{p})]$$

qui ne peut pas se lire en tant que spécifiant une relation d'ordre totale qui serait substituable au composé

$$\vdash [(\mathbf{p} \Rightarrow \mathbf{q}) \text{ ou } \vdash (\mathbf{q} \Rightarrow \mathbf{p})]$$

en effet dans le cas par exemple de \mathbf{p} et de $\neg \mathbf{p}$, il est juste d'écrire

$$(4) \vdash [(\mathbf{p} \Rightarrow \neg \mathbf{p}) \vee (\neg \mathbf{p} \Rightarrow \mathbf{p})]$$

mais il est erroné pour autant d'écrire soit $\vdash [\mathbf{p} \Rightarrow \neg \mathbf{p}]$ soit $\vdash [\neg \mathbf{p} \Rightarrow \mathbf{p}]$, du simple fait que ce ne sont pas des thèses ni des tautologie ce qu'indique le caractère d'assertion noté : \vdash , dans notre texte. Mais ceci ne contredit en rien son usage devant la disjonction des deux expressions ainsi connectées entr elles. Ceci ne dit pas que le caractère d'assertion est distributif malgré l'attention qu'il faut porter dès lors à la lecture de la disjonction qui se lit : "ou".

Ainsi vient la question ; "Qu'est-ce qui est l'un ou l'autre?". La réponse étant que ce n'est pas la qualité d'assertion, ni pour l'un, ni pour l'autre.

Mieux encore, si nous faisons un peu marche arrière, pour nous souvenir que nos auteurs ont lu la lettre \mathbf{p} : "la proposition \mathbf{p} est vraie." et le composé $\neg \mathbf{p}$: "la proposition \mathbf{p} est fausse.".

Alors est-il juste ou correcte de lire la proposition

$$(4) \vdash [(\mathbf{p} \Rightarrow \neg \mathbf{p}) \vee (\neg \mathbf{p} \Rightarrow \mathbf{p})]$$

"Si la proposition \mathbf{p} est vraie alors, la proposition \mathbf{p} est fausse, ou, si la proposition \mathbf{p} est fausse alors la proposition \mathbf{p} est vraie."?

Qui se moque du monde, de ne pas dire et préciser qu'il y a le principe de Tarski derrière cette abus de transcription et qui le *favorise* en matière de lecture.

A partir de la différence entre vraie pour l'observation empirique (par exemple les propositions apophantiques) et Vérité (en tant que vrai nécessaire, par exemple les thèses ou les tautologies) prétendument isolées et exclusivement isolables depuis la langue de commentaire (extrinsèque), nous passons aux logiques modales. Elles vont à *juste titre* selon la visée de la Logique, rappelé par Frege, si précis lorsqu'il s'oppose à tout psychologisme dans ce domaine, traiter cette différence *en termes modaux intégrés* en partie dans le même registre intrinsèque du système d'écriture qu'elles commentent. Celui si fait l'objet de la coordination par exemple.

Ce qui est déjà un tour de force vu la difficulté de contrôle de cette pulsation entre intrinsèque et extrinsèque pour le sujet du langage et dont il est constitué.

Mais voici le soit disant paradoxe de l'implication matérielle tel qu'il est formulé en langue et tel que nous contestons la position qu'il révèle par son énoncé.

Il est insuffisant et même surprenant du fait que Lewis ait pu produire cette inversion étonnante : *d'abandonner le problème posé là où il se trouve formulé.*

Dans l'objet du calcul, en tant que mode *mineur* où le mode nécessaire reste implicite, pour passer au plus facile, au mode *majeur*, dans le commentaire où le mode nécessaire est explicitable.

Ce que les auteurs que nous avons choisi de suivre écrivent reste juste malgré leur erreur passagère, mais insuffisant pour le système d'écriture qui nous occupe ici, au contraire de leur objet, qui est d'introduire à la multitude des systèmes littéraux des *Logiques modales*, exponentiels quand à leur nombre, depuis lors.

Nous voulons interroger ce qu'ils appellent, avec Lewis, *le sens vérifonctionnel* des énoncés du système, les énoncés qui s'écrivent dans (S₂, T₂).

Quel est ce sens vérifonctionnel? Ou mieux encore, *comment lire les énoncés de S_2* si nous ne pouvons nous satisfaire du fait de seulement déterminer les énoncés de T_2 susceptibles de donner lieu au mode majeur en tant que tel?

Qu'ils soient les seuls en définitive, auxquels les auteurs s'arrêtent, confirme bien que leur registre propre dit d'assertion, recèle une qualité ou un privilège dogmatique qu'il faut expliquer.

Il y a deux types d'énoncés même parmi la multiplicité des thèses où ils se précisent mais risquent d'être confondus et leur différence rendue triviale, fondue dans l'évidence qui porte bien son nom ici, couleur de vide.

Ces nuances nous conduisent à construire *un mode moyen* de la Vérité.

Dans le cas des énoncés qui ne se transcrivent pas dans la commentaire ou qui change de porté dans cette transcription, comment les lire autrement.

Il y va bien ici, dans cet exemple de la fonction de l'implication matérielle (qui est une disjonction)

$$[p \Rightarrow q]$$

et de la disjonction sans négation interne

$$[p \vee q]$$

qui n'est pas ordonnée comme l'implication matérielle.

Il n'est pas nouveau que ces deux connecteurs de coordinations soient pourtant liées¹¹ par une substitution réputée indépendante du contexte

$$[p \vee q] \Leftrightarrow (\neg p \mid p) [p \Rightarrow q].$$

Nous précisons même ce point ainsi. Doivent-elles se lire de deux manières différentes entre elles et *propres* à

¹¹ La *disjonction* n'est pas défini par le stoïcien Chrysippe par une fonction de vérité, J. Lukasiewicz *Contribution à l'histoire de la logique des propositions* dans J Largeault "Logique mathématique Textes" Armand Colin, 1972 Paris. "Les deux membres d'une disjonction vraie ne peuvent pas être vrais simultanément." Il semble donc que la disjonction s'entend comme la *différence symétrique* de notre construction. "Ce point semble avoir été modifié par la suite, lorsque commence à se répandre la conviction que l'expression « p ou q » est équivalente par le sens à l'implication « si non p alors q »."

chacune? Puis, ces deux lectures vérifonctionnelles différentes entre elles sont-elles du même ordre Logique?

Quelques autres résultats

Nous pouvons prolonger ces exercices et leurs résultats par quelques observations supplémentaires.

Pourtant "le faux implique le vrai" peut s'écrire, mais de manière exclusive *dans le registre majeur des énoncés dont la vérité, le fait d'être vrai ou faux, est nécessaire*. Soit entre les thèses et les anti thèses.

Ceci ne s'écrit que par *analogie trompeuse* dans le registre *mineur* des énoncés constatifs comme les énoncés: "Il pleut." ou "Le soleil brille.". Ces énoncés soutiennent les petites lettres notées: p, q, r, ... de notre système d'écriture. Ces énoncés sont vrai ou faux au sens vérifonctionnel dont les valeurs de vérité permettent de dresser *initialement* les tables de vérité.

Ici nous devons faire attention. Si ces valeurs extrinsèques, notées pour nous, ici: 0 et 1, dont on néglige par la suite le statut extrinsèque au système d'écriture étudié par le logicien, cela a une raison importante. Énonçons la.

C'est qu'il existe secondairement tel que cela se dit ou s'écrit un moyen de démontrer non seulement la consistance mais surtout la complétude du seul et unique système d'écriture (S_2, T_2) satisfaisant ces deux propriétés. Or il peut être des systèmes homologues voir isomorphes.

Cette démonstration trouve à l'intérieur du système lui-même les moyens d'écrire le vrai empirique: notre 1, et le faux constatif: notre 0, grâce aux lettres qui écrivent la classe des thèses, notée ici : \mathbb{I} , lire "I barré" et la classe des antithèses notée ici : \emptyset , lire "O barré" avec le choix de nos grandes lettres, parmi les classes d'équivalence produites par la relation d'équivalence tautologique isolable comme classe des thèses aussi bien que comme classe des antithèses.

Le mathématicien intelligent est donc fondé, du point de vue de la Logique, à substituer les une aux autres ses lettres dans son algèbre la lettre : \emptyset au 0 emprunté à l'arithmétique et : \mathbb{I} , au 1 dont l'usage est aussi arithmétique,

afin de produire la démonstration de telle ou telle propriété de manière intrinsèque au système d'écriture lui même. Car la Logique est bien ici "*l'art de produire les conséquences nécessaires d'un discours*".

Ces lettres restent pourtant différentes, très différentes d'un point de vu sémantique.

Notre proposition ici, reste qu'*une autre façon de faire est constructible*, afin de donner les mêmes résultats que la vérifonctionnalité standard adoptée et qui évite le *recourt dans les tables de vérité à ces valeurs dont le statut respectif reste équivoque entre intrinsèque et extrinsèque*.

Cette façon de procéder apporte ainsi par l'analyse quelques précision supplémentaire en matière de Vérité, ce qui n'est pas négligeable même si ces précisions ont été négligées depuis toujours.

Ceci donne lieu à un troisième registre de l'étude par l'écriture de la Vérité que nous désignerons comme registre moyen, empirique et constatif du cas par cas. Il est situé entre *le registre mineur*, littéral (Frege, Peirce) et algébrique ou arithmétique (Boole) et *le registre majeur*, seul de Logique effective, parce que dogmatique et normatif avec les lois Logiques et leur antithèses vouées au néant.

Ce nouveau registre moyen n'est pas Logique au sens du *registre majeur* mais nécessaire pour atteindre, non seulement sur le versant du sens : une appréciation sémantique, mais aussi sur le versant de la lettre, réclamant le temps qui s'effacera, des étapes préalables de la construction du *registre majeur*, seul Logique au sens fort et précis,

Ce registre n'est pas plus psychologique mais littéral et matérialisé dans l'écriture.

Ce registre n'est pas positif, mais au contraire explique, au sens de l'analyse des contraintes, par leur décompositions, la biglerie de l'empirisme logique stérile ou du logico-positivisme stupide, si prétentieux de nos jours.

III

OU LES LOGICIENS SONT FONDES A DEFINIR AINSI LA STRUCTURE DE L'IMPLICATION

Démonstration de l'équivalence des formulations,
moyennant la thèse dite Loi d'«import/export»,

$$[(p \wedge q) \Rightarrow r] \Leftrightarrow [p \Rightarrow (q \Rightarrow r)]$$

Décomposons

1. "Du faux suit n'importe quoi"

nous devons comparer les deux formules

$$[\neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)] \text{ et } [(p \wedge \neg p) \Rightarrow q]$$

en démontrant l'équivalence matérielle indépendamment du fait qu'il s'agit de deux thèses.

La seconde se lit: "*le faux implique n'importe quoi*",
en substituant la lettre notée: \emptyset , à la formule $(p \wedge \neg p)$ pour
donner avec la lettre q quelconque

$$[\emptyset \Rightarrow q].$$

Pour cela il suffit de pratiquer trois substitutions dans
l'énoncé de la Loi de Peirce

$$(\neg p | p)(p | q)(q | r) [((p \wedge q) \Rightarrow r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow (q \Rightarrow r))]$$

pour obtenir l'équivalence recherchée

$$[((\neg p \wedge p) \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q))]$$

2. "Le vrai suit de n'importe quoi"

nous devons comparer les deux expressions

$$[p \Rightarrow (q \Rightarrow p)] \text{ et } [q \Rightarrow (p \vee \neg p)]$$

en démontrant leur équivalence matérielle.

Démonstration de l'équivalence en commençant par
transformer la seconde expression par contraposition

$$[\neg(p \vee \neg p) \Rightarrow \neg q]$$

puis par la dualité de la conjonction et de la disjonction

$$[(\neg p \wedge p) \Rightarrow \neg q] \text{ ou en commutant } [(p \wedge \neg p) \Rightarrow \neg q].$$

Nous réservons ce résultat

$$[q \Rightarrow (p \vee \neg p)] \Leftrightarrow [(p \wedge \neg p) \Rightarrow \neg q]$$

et moyennant la thèse dite Loi d'«import/export», où il
suffit de pratiquer deux substitutions,

$$(\neg p \mid q)(\neg q \mid r) [((p \wedge q) \Rightarrow r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow (q \Rightarrow r))]$$

pour obtenir l'équivalence

$$[(p \wedge \neg p) \Rightarrow \neg q] \Leftrightarrow [p \Rightarrow (\neg p \Rightarrow \neg q)]$$

puis par une contraposition locale dans le second membre de l'équivalence matérielle

$$[(p \wedge \neg p) \Rightarrow \neg q] \Leftrightarrow [p \Rightarrow (q \Rightarrow p)]$$

suit enfin d'une dernière substitution justifiée grâce à notre résultat en réserve, pour obtenir l'équivalence recherchée

$$[[q \Rightarrow (p \vee \neg p)] \Leftrightarrow [p \Rightarrow (q \Rightarrow p)]].$$

Venons-en à la conjonction des deux formules

3. "Le faux implique le vrai."

$$[(p \wedge \neg p) \Rightarrow (p \vee \neg p)]$$

c'est une conséquence de la transitivité de l'implication matérielle qui nous permet d'écrire par substitution

$$((p \wedge \neg p) \mid p)((p \vee \neg p) \mid r) [((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)]$$

l'énoncé

$$[(((p \wedge \neg p) \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow (p \vee \neg p))) \Rightarrow ((p \wedge \neg p) \Rightarrow (p \vee \neg p))]$$

dont la conjonction des deux premiers termes, dans le premier membre de l'implication, est constituée des énoncés déjà rencontrés dans l'exercice précédent, nous permettant de conclure

$$[(p \wedge \neg p) \Rightarrow (p \vee \neg p)]$$

ce n'est que

$$[\emptyset \Rightarrow \text{V}]$$

qui constitue la seule occurrence, dans un cas spécifique, qui permet de lire que "le faux (nécessaire) implique le vrai (nécessaire)".

Mais tournons nous justement vers la formule qui devrait écrire la même chose par transposition, soit que le faux implique le vrai en termes d'affirmation et de négation.

$$(\neg p \Rightarrow p)$$

lu par transposition en

$$\vdash [\neg P \Rightarrow P]$$

mais qui ne se justifie que dans le cas où P est lui même une thèse, car cette expression n'est pas une thèse puisque nous savons que

$$\vdash [(\neg p \Rightarrow p) \Leftrightarrow p]$$

et la lettre p isolée n'est pas une thèse à moins de rendre le système d'écriture inconsistant¹².

Il faut donc bien distinguer entre l'implication entre thèse et antithèse ou tautologie et antilogie d'une part et entre affirmation et négation d'autre part.

Comme dans le cas de l'aliénation il s'agit du choix forcé

$$\vdash [\emptyset \Rightarrow I]$$

il ne s'agit ici, en logique classique, que du principe de contradiction qui implique le principe du tiers exclu

$$\vdash [(p \wedge \neg p) \Rightarrow (p \vee \neg p)]$$

que nous avons opposé à la thèse qui légifère entre l'affirmation et la négation.

$$\vdash [(p \Rightarrow \neg p) \vee (\neg p \Rightarrow p)]$$

qui n'est pas du même ordre puisqu'il s'agit dans ce cas d'une autre écriture du seul principe du tiers exclu

$$\vdash [p \vee \neg p].$$

C'est différent registre d'écriture ne se convertissent pas de manière nécessaire les uns dans les autres.

Ceci confirme notre étude.

Reprenons la suite de ce que nous avons rencontré parmi les conséquences de ces formulations intrinsèques avec les deux énoncés

$$\vdash [(q \Rightarrow p) \vee (p \Rightarrow q)]$$

et

$$\vdash [(\neg p \Rightarrow p) \vee (p \Rightarrow \neg p)]$$

obtenue par substitution.

Ces énoncés doivent être lu cas par cas. Nous le montrons en dressant la table de vérité de chacun de ces deux énoncés en termes extrinsèques ici de *truc* : **T**, et *antitruc* : **⊥**.

¹² ici les travaux de l'école brésilienne de Logique, emmenée par Newton da Costa, mérite quelque attention, sans répondre à notre interrogation relative aux procédés de lecture.

Table de $[(q \Rightarrow p) \vee (p \Rightarrow q)]$

p	q	$(q \Rightarrow p)$	$(p \Rightarrow q)$	$(q \Rightarrow p) \vee (p \Rightarrow q)$
T	T	T	T	T
T	F	T	F	T
F	T	F	T	T
F	F	T	T	T

Table de $[(p \Rightarrow \neg p) \vee (\neg p \Rightarrow p)]$

p	$(p \Rightarrow \neg p)$	$(\neg p \Rightarrow p)$	$(p \Rightarrow \neg p) \vee (\neg p \Rightarrow p)$
T	F	T	T
F	T	F	T

où il se lit qu'il est différent de dire que l'expression qui relève du commentaire $\vdash (P \vee Q)$ se lit :

- "il est nécessaire que « P soit nécessairement vrai » ou que « Q soit nécessairement vrai »."
- "il est nécessaire que « P soit vrai » ou que « Q soit vrai »."

parce que

Ceci donne raison à Boole contre l'avis de Frege bien qu'il faille prendre quelques précautions, justifiant la réticence de Frege, dans ce type de pratique, Ici dans le cas de thèses classiques qui réclament une lecture et une explication intelligible, ne pouvant être lu à la manière de leur transformées dans la langue de commentaire et nous commençons à pouvoir lire pourquoi.

En effet, dans le cas de la thèse

$$\vdash [(p \Rightarrow \neg p) \vee (\neg p \Rightarrow p)]$$

le passage de $(p \Rightarrow \neg p)$ à $\vdash (p \Rightarrow \neg p)$ ne se justifie pas puisque cette expression n'est pas une thèse et sa transcription en $\vdash (P \Rightarrow \neg P)$ qui se justifie si $\vdash \neg P$ étant suivit d'une disjonction ne donne pas lieu à un détachement.

Dans ce cas nous allons introduire la notion de la vérité qui s'écrit en fonction d'une situation donnée, comme dans le cas des énoncés apophantiques d'Aristote.

Nous parlerons du mode moyen de l'écriture de la Vérité en ce qui concerne cette façon de lire au cas par cas, ou ligne à ligne dans les tables de vérité.

Nous reprenons les cas des énoncés,

$$\vdash [(q \Rightarrow p) \vee (p \Rightarrow q)] \text{ et } \vdash [(p \Rightarrow \neg p) \vee (\neg p \Rightarrow p)]$$

Pour cela nous devons introduire *un nouveau système d'écriture*.

